



## CONDUÇÃO DE CALOR NA SOLDAGEM COM PULSAÇÃO TÉRMICA

Luciano Amaury dos Santos

Antônio Fábio Carvalho da Silva

Carlos Enrique Niño

Augusto José de Almeida Buscadinelli

Departamento de Engenharia Mecânica, UFSC

CEP 88040-900, Florianópolis, SC, Brasil

**Resumo.** É proposta uma solução analítica para a condução de calor em uma chapa de espessura finita, considerando uma fonte de calor distribuída sobre a sua superfície superior e perdas de calor por ambas as suas superfícies. A potência da fonte de calor é variada ao longo do tempo modelando a pulsação térmica utilizada na soldagem a arco voltaico. A dedução da solução analítica, que levou os autores a apontar um erro em uma expressão encontrada na literatura, é descrita. Resultados experimentais obtidos na soldagem TIG de aço baixo-carbono são utilizados para avaliar o modelo analítico.

**Palavras-chave:** Condução de calor, Soldagem, Pulsação térmica

### 1. INTRODUÇÃO

Neste artigo é proposto um modelo para a condução de calor na soldagem baseado no uso de fontes de calor descrito por Özişik (1993, §10), Grigull & Sandner (1984, §7, §8 e §9) e Carslaw & Jaeger (1959, §10).

O campo de temperatura causado por uma fonte de calor distribuída ao longo de uma superfície de uma chapa é obtido pela superposição dos efeitos da atuação instantânea de fontes de calor pontuais. O campo de temperatura devido à atuação instantânea de uma fonte de calor pontual, por sua vez, é pouco mais que uma forma simplificada de escrever a função de Green associada ao problema de condução considerado. Portanto este campo pode ser determinado seguindo-se o roteiro apresentado por Özişik (1993, §6.3) para a determinação da função de Green.

Nos processos de soldagem por fusão geralmente a fonte de calor move-se em relação à peça que é soldada. O cálculo da resposta à atuação contínua de uma fonte móvel, realizado pela superposição dos efeitos de uma fonte localizada em posições diferentes a cada instante, exige a integração ao longo do tempo da resposta à atuação instantânea da fonte. Esta integração é realizada numericamente. Também para a determinação da temperatura máxima alcançada em cada ponto da peça, é necessário um procedimento numérico. Estes procedimentos serão descritos ao longo deste trabalho.

Procurou-se, no início do estudo que agora é relatado, reproduzir os resultados obtidos por Boo & Cho (1990), mas concluiu-se, que aqueles autores cometeram um erro importante, cuja correção é apresentada aqui. Resultados da solução corrigida são mostrados e comparados a resultados experimentais obtidos realizando, pelo processo TIG autógeno, cordões de solda sobre chapas de aço baixo-carbono.

## 2. DEDUÇÃO DA SOLUÇÃO ANALÍTICA

Nas diversas etapas do desenvolvimento a seguir são utilizados dois sistemas de coordenadas cartesianas: o sistema  $(x, y, z)$ , fixo à chapa, e o sistema  $(x', y, z)$  mostrado na Fig. 1, que acompanha o movimento da fonte de calor ao longo da direção  $x$ .

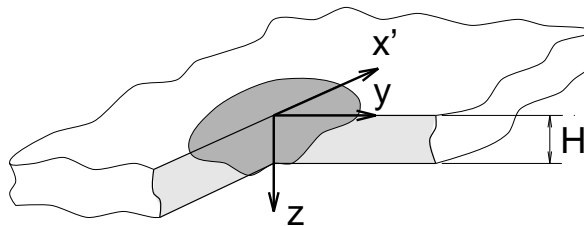


Figura 1 - Geometria e sistema de coordenadas.

As propriedades termofísicas do material da chapa (difusividade térmica  $a$  e condutividade térmica  $k$ ) são consideradas constantes, portanto o campo de temperatura  $T$  deve satisfazer a equação

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + s \quad (1)$$

onde  $t$  é o tempo e  $s$  o termo que representa as fontes de calor. As trocas de calor pelas superfícies superior e inferior da chapa são modeladas através dos coeficientes de transferência de calor  $h_{s1}$  e  $h_{s2}$ , respectivamente. Como ambas as superfícies estão expostas à mesma temperatura ambiente  $T_0$ , as condições de contorno ali ficam sendo

$$\left[ -\frac{\partial T}{\partial z} + \frac{h_{s1}}{k}(T - T_0) \right]_{z=0} = 0 \quad \text{e} \quad \left[ \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{h_{s2}}{k}(T - T_0) \right]_{z=H} = 0 \quad (2)$$

Note-se que estas condições de contorno são homogêneas para uma variável auxiliar  $g = T - T_0$ . A partir da subseção abaixo são mostrados os passos para a dedução da solução analítica desejada, que satisfaz as Eqs. (1) e (2).

### 2.1 Resposta à atuação instantânea de fonte de calor puntual

Para um domínio infinito nas direções  $x$  e  $y$  e de espessura finita  $H$  na direção  $z$  obtém-se, fazendo o produto de funções de Green unidimensionais (Özişik, 1993, §6.7),

$$G(x, y, z, t | \xi, \eta, \zeta, \tau) = \frac{1}{4\pi a(t - \tau)} \exp \left[ -\frac{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}{4a(t - \tau)} \right] \times \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \exp \left[ -a \kappa_n^2 (t - \tau) \right] \frac{1}{N(\kappa_n)} M(\kappa_n, z) M(\kappa_n, \zeta) \right\} \quad (3)$$

onde

$$M(\kappa_n, z) = \kappa_n \cos(\kappa_n z) + (h_{s1}/k) \text{sen}(\kappa_n z) \quad (4)$$

são as autofunções associadas à direção  $z$ ,  $\kappa_n$  são os autovalores correspondentes, obtidos calculando-se as raízes positivas da equação

$$\tan(\kappa_n H) = \frac{\kappa_n(h_{s1} + h_{s2})}{\kappa_n^2 - h_{s1}h_{s2}/k} \quad (5)$$

e

$$N(\kappa_n) = \frac{1}{2} \left\{ [\kappa_n^2 + (h_{s1}/k)^2] \left[ H + \frac{h_{s2}/k}{\kappa_n^2 + (h_{s2}/k)^2} \right] + h_{s1}/k \right\} \quad (6)$$

são as normas das autofunções dadas pela Eq. (4).

A função de Green dada pela Eq. (3) representa o aumento de temperatura causado em um ponto  $(x, y, z)$  no instante  $t$ , pela atuação de uma fonte de calor concentrada no ponto de coordenadas  $(\xi, \eta, \zeta)$  em um instante  $\tau < t$ . A energia térmica liberada pela fonte é dada por  $k/a$ . Esta fonte de calor apareceria na Eq. (1) como o termo fonte  $s = \delta(x - \xi)\delta(y - \eta)\delta(z - \zeta)\delta(t - \tau)$  em que  $\delta(x)$  é a função delta de Dirac. Assume-se que inicialmente a chapa encontrava-se a uma temperatura uniforme e igual à temperatura ambiente  $T_0$ .

Colocando a Eq. (3) em uma forma parecida com a mostrada por Boo & Cho (1990), já escrita para o caso particular de uma fonte que libera a energia  $Q$  em um ponto  $(\xi, \eta, 0)$  da superfície superior da chapa, tem-se, para  $t > \tau$ ,

$$T(x, y, z, t) - T_0 = \frac{Q}{2\pi k H(t - \tau)} \exp\left[-\frac{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}{4a(t - \tau)}\right] \times \sum_{n=0}^{\infty} A(\kappa_n) \exp[-a\kappa_n^2(t - \tau)] M(\kappa_n, z) \quad (7)$$

com

$$A(\kappa_n) = \frac{\kappa_n H}{[\kappa_n^2 + (h_{s1}/k)^2] \left[ H + \frac{(h_{s2}/k)}{\kappa_n^2 + (h_{s2}/k)^2} \right] + h_{s1}/k} \quad (8)$$

No caso especial em que  $h_{s1} = h_{s2} = 0$  tem-se  $M(\kappa_0, z) = 1$  como uma autofunção, associada ao autovalor  $\kappa_0 = 0$ . Neste caso  $A(\kappa_0) = 1/2$ . Para os demais autovalores as Eqs. (8) e (4) podem ser utilizadas normalmente.

**Solução de Boo e Cho.** A solução dada pela Eq. (7) é diferente da mostrada por Boo & Cho (1990) para o mesmo problema. A diferença nas soluções pode ser colocada em termos de uma diferença no cálculo das normas das autofunções. A dedução da expressão para o cálculo destas normas é laboriosa e talvez aí tenha ocorrido um erro no trabalho de Boo e Cho. As diferenças entre as normas mostradas aqui e as correspondentes à expressão de Boo e Cho,  $N_B(\kappa_n)$ , podem ser escritas como

$$N(\kappa_n) - N_B(\kappa_n) = \frac{h_{s1}}{2k} \left\{ \frac{[\kappa_n^2 + (h_{s1}/k)^2](h_{s2}/k)}{[\kappa_n^2 + (h_{s2}/k)^2](h_{s1}/k)} - 1 \right\} \quad (9)$$

Note-se que quando  $h_{s1} = h_{s2}$  as diferenças anteriores se anulam.

A dedução da expressão correta para as normas destas autofunções é apresentada por Özişik (1980, p. 80) e segue os passos das soluções apresentadas por Carslaw & Jaeger (1959, §3.9 e §3.11) para problemas semelhantes.

## 2.2 Resposta à distribuição gaussiana de fluxo de calor

A resposta à atuação instantânea de uma distribuição gaussiana de fluxo de calor na superfície da chapa é obtida através da superposição das respostas à atuação de fontes de calor pontuais dadas pela Eq. (7).

Considerando uma distribuição de fluxo de calor sobre a superfície da peça, simétrica em torno da origem, dada por

$$Q(\xi, \eta) = \frac{Q_{total}}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{\xi^2 + \eta^2}{2\sigma^2}\right) \quad (10)$$

obtem-se a resposta à atuação instantânea desta distribuição de fluxo de calor integrando o lado direito da Eq. (7) em  $\xi$  e  $\eta$ , com  $Q$  dada pela Eq. (10).

**Atuação instantânea.** Como a novidade desta solução analítica está associada à coordenada  $z$  e a integração que interessa agora ocorre independentemente dela, ao longo das direções  $x$  e  $y$ , seu resultado pode ser obtido seguindo os passos mostrados por Boo & Cho (1990) e Eagar & Tsai (1983). Assim determina-se a resposta à atuação instantânea da distribuição de fluxo de calor em torno da origem,

$$T(x, y, z, t) - T_0 = \frac{Q_{total}}{\pi k H} \frac{a}{[2a(t - \tau) + \sigma^2]} \exp\left[-\frac{x^2 + y^2}{4a(t - \tau) + 2\sigma^2}\right] \\ \times \sum_{n=0}^{\infty} A(\kappa_n) \exp[-a\kappa_n^2(t - \tau)] M(\kappa_n, z) \quad (11)$$

Para obter a resposta à atuação de uma distribuição gaussiana localizada em torno de um ponto  $(\xi, \eta, 0)$  qualquer da superfície da chapa, substitui-se as coordenadas  $x$  e  $y$  pelos seus afastamentos em relação às coordenadas do centro da distribuição  $\xi$  e  $\eta$ , obtendo

$$T(x, y, z, t) - T_0 = \frac{Q_{total}}{\pi k H} \frac{a}{[2a(t - \tau) + \sigma^2]} \exp\left[-\frac{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}{4a(t - \tau) + 2\sigma^2}\right] \\ \times \sum_{n=0}^{\infty} A(\kappa_n) \exp[-a\kappa_n^2(t - \tau)] M(\kappa_n, z) \quad (12)$$

**Atuação contínua de distribuição gaussiana móvel de fluxo de calor.** Usando novamente o princípio da superposição de efeitos obtém-se, a partir da Eq. (12), o campo de temperatura devido a uma fonte distribuída de calor que se move sobre a superfície da chapa, ocupando uma posição  $(x, y) = (\xi, \eta)$  diferente em cada instante  $\tau$  em que atua. A atenção aqui é concentrada em uma fonte que se move com uma velocidade constante  $v$  paralela ao eixo  $x$ . A solução é representada em um sistema de coordenadas que está fixo à fonte de calor, no qual a posição em que a fonte atuou em um instante  $\tau < t$  é dada por  $(x', y) = (-v(t - \tau), 0)$ . Considerando que a intensidade da fonte seja dada em cada

instante  $\tau$  por  $Q_{total}(\tau) = q(\tau) d\tau$ , tem-se

$$T(x', y, z, t) - T_0 = \int_{t_0}^t \frac{q(\tau)}{\pi k H} \frac{a}{[2a(t - \tau) + \sigma^2]} \exp \left\{ -\frac{[x' + v(t - \tau)]^2 + y^2}{4a(t - \tau) + 2\sigma^2} \right\} \\ \times \sum_{n=0}^{\infty} A(\kappa_n) \exp[-a \kappa_n^2(t - \tau)] M(\kappa_n, z) d\tau \quad (13)$$

onde  $t_0 < t$  é o instante em que a fonte de calor começa a atuar. Em  $t = t_0$ , supõe-se que a temperatura seja uniforme ao longo de toda a chapa e igual à temperatura ambiente  $T_0$ .

### 3. PROCEDIMENTOS NUMÉRICOS

#### 3.1 Integração numérica

A integral no lado direito da Eq. (13) de um modo geral não tem forma fechada conhecida (embora para alguns casos particulares, quando  $v = 0$  ou  $\sigma = 0$ , existam formas fechadas). Assim surge a necessidade de se realizar aquela integral numericamente. Para esta finalidade foi utilizado o algoritmo adaptativo baseado no método de Simpson que se encontra no livro de Gerald & Wheatley (1989, §4.14). O procedimento adaptativo falha se o integrando apresentar, ao longo do intervalo de integração, alguma descontinuidade (como as que aparecem no caso da corrente pulsada considerada na próxima seção). Neste caso é importante reescrever a integral original na forma de um somatório de integrais ao longo de intervalos em que o integrando seja contínuo.

**Singularidade.** Ao se avaliar a temperatura junto à superfície superior da chapa, onde  $z = 0$ , o integrando na Eq. (13) tende a  $\infty$  quando a variável muda  $\tau$  assume o valor  $t$ . Para tratar desta singularidade no integrando o procedimento convencional, indicado por Gerald & Wheatley (1989, §4.13), seria realizar a integração de  $t_0$  até  $t - \epsilon$  e testar diferentes valores de  $\epsilon \rightarrow 0$  até que sua influência não pudesse mais ser percebida. No caso do integrando em questão, o número finito de termos empregados no cálculo do somatório que aparece nele limita o valor que ele assume. Assim, no lugar do uso do parâmetro  $\epsilon$ , basta fazer testes com o número de termos utilizados naquele somatório, aumentando-o até que sua influência seja pequena no resultado da integral.

#### 3.2 Somatório

**Critério de parada.** Embora na região problemática discutida no parágrafo anterior, a série constituída pelo somatório encontrado na Eq. (13) não seja convergente, no restante do domínio ela converge e é interessante utilizar um critério de parada do somatório quando os termos somados tornam-se desprezíveis. O critério escolhido foi parar o somatório quando a média do módulo dos últimos dois termos somados fosse inferior à média de todos os termos somados anteriormente multiplicada por uma tolerância. A média dos dois últimos termos foi utilizada para evitar que um termo nulo encontrado no meio da soma causasse a parada imediata do somatório.

**Soma à Cesàro.** Ainda sobre o somatório que aparece na Eq. (13) é importante mencionar o uso da soma por médias aritméticas (associada na literatura aos trabalhos de Cesàro e de Fejér) para evitar o comportamento excessivamente oscilante da série de Fourier junto à superfície superior da chapa. Uma outra solução para o mesmo problema

é o uso dos fatores sigma de Lanczos (1956, §4.6.9). A soma à Cesàro é discutida em livros como o de Kreider *et al.* (1972, §10.7) ou Stakgold (1979, p. 136) como forma de evitar as oscilações de Gibbs e garantir a convergência uniforme da representação em séries de Fourier de funções contínuas por partes.

### 3.3 Cálculo dos autovalores

Nesta seção dedicada aos procedimentos numéricos cabe alertar para os cuidados necessários no cálculo dos autovalores, a partir da Eq. (5). Esta equação tem infinitas raízes. Para obter corretamente os primeiros autovalores (só um número finito deles pode ser utilizado) é preciso estudar o lado direito e o lado esquerdo da Eq. (5), plotar gráficos e fazer então uma boa estimativa inicial das suas raízes. A partir de estimativas adequadas o cálculo dos autovalores pode ser feito facilmente utilizando, por exemplo, o método de Newton-Raphson. Uma discussão bastante completa deste tipo de cuidados, que usa como exemplo justamente a Eq. (5), é encontrada no livro de Özişik (1993, §2.5).

### 3.4 Determinação de temperatura máxima

A Eq. (13) permite determinar diretamente a temperatura em um certo ponto da chapa em um certo instante de tempo. Muitas vezes há interesse em se conhecer os limites de regiões da chapa que foram submetidas a temperaturas acima de um determinado valor crítico, como a temperatura de fusão do material ou uma temperatura de transformação alotrópica. Para obter estes limites, neste trabalho, fez-se o cálculo da temperatura máxima alcançada em diversos pontos da chapa, utilizando o algoritmo de Brent como apresentado por Press *et al.* (1992, §10.2), e utilizou-se um programa de plotagem de gráficos para obter as linhas correspondentes a valores selecionados de temperatura máxima que aparecem na seção seguinte.

No caso da pulsação térmica deve-se notar que ocorrem vários valores máximos locais de temperatura em um determinado ponto. Estes máximos são correspondentes aos pulsos da potência emitida pela fonte de calor quando ela passa próxima do ponto considerado. É preciso, portanto, localizar alguns desses máximos locais e escolher o maior de todos.

## 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

**Rendimento térmico.** Antes de iniciar a apresentação dos resultados é importante introduzir este coeficiente, que relaciona os valores de corrente  $I$  e tensão elétrica  $U$ , facilmente mensuráveis na soldagem a arco voltaico, com o valor da potência da fonte de calor  $q$  utilizada no modelo analítico. Admite-se que a potência da fonte de calor seja dada por

$$q = \eta_t UI \tag{14}$$

onde  $\eta_t$  é o rendimento térmico.

Embora o rendimento térmico seja usualmente definido como a fração da energia dissipada pelo arco voltaico que é absorvida pela chapa, na prática é muito comum o seu uso como simplesmente uma constante presente nos modelos teóricos, ajustada para minimizar as diferenças entre resultados teóricos e experimentais (Giedt *et al.*, 1989). Os valores de rendimento térmico utilizados no presente trabalho foram determinados a partir desta última interpretação do rendimento térmico.

#### 4.1 Comparação com resultados de Boo & Cho (1990)

Procurou-se avaliar o efeito do erro presente na solução de Boo & Cho (1990) nos testes de sensibilidade a variações nos coeficientes de transferência de calor que são mostrados por aqueles autores. Na Fig. 2 é reproduzida parte dos resultados mostrados na Fig. 3 do trabalho de Boo e Cho. A seção transversal da solda que é representada situa-se na posição  $x = 20$  mm.

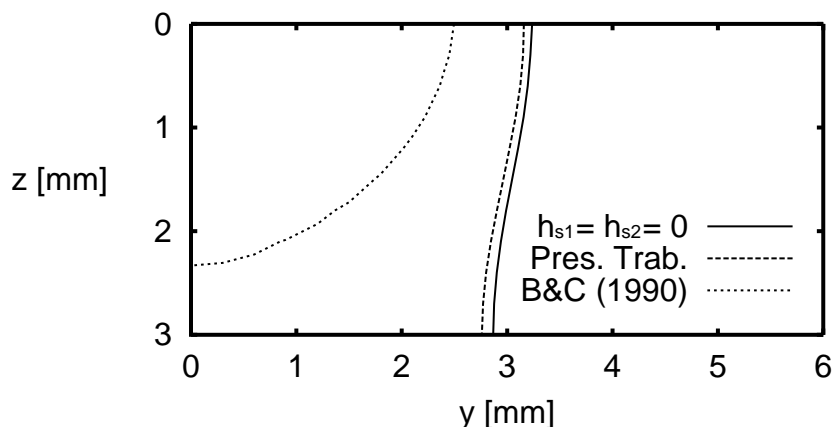


Figura 2 - Linhas de temperatura máxima de 1495 °C.

**Dados.** Os resultados mostrados na Fig. 2 foram obtidos considerando: uma velocidade de soldagem  $v = 2$  mm/s, um parâmetro de distribuição da fonte de calor  $\sigma = 0,816$  mm e um valor constante da potência da fonte, de  $q = 900$  W (correspondente à corrente de  $I = 100$  A, relatada por Boo & Cho (1990), com a tensão de  $U = 15$  V e o rendimento térmico de  $\eta_t = 0,6$ , estimados para o processo TIG pelos autores deste trabalho). Foram utilizados valores dos coeficientes de transferência de calor pelas superfícies de  $h_{s1} = 100$  W/(m<sup>2</sup> °C) e  $h_{s2} = 18$  W/(m<sup>2</sup> °C) para os quais percebe-se uma grande diferença entre o resultado da solução proposta no presente trabalho e o da solução de Boo & Cho (1990). Também é mostrado um resultado para  $h_{s1} = h_{s2} = 0$  situação em que a solução de Boo e Cho coincide com a proposta aqui. Seguindo Boo e Cho admitiu-se  $a = 5,16268 \times 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s e  $k = 30,3$  W/(m °C) para uma chapa de aço AISI 1025 laminada a quente, de espessura  $H = 3$  mm.

Os resultados são mostrados em termos da linha que limita a região da chapa que atingiu temperaturas acima de 1495 °C (seria a zona fundida, por hipótese) identificada em uma seção transversal da solda a 20 mm do início do cordão. Assumiu-se que a chapa encontrava-se inicialmente à temperatura ambiente  $T_0 = 20$  °C.

**Discussão.** Nota-se na Fig. 2 que a solução de Boo & Cho (1990) superestima o efeito dos coeficientes de transferência de calor  $h_{s1}$  e  $h_{s2}$  de forma importante. Aliás, a pouca importância destes coeficientes na determinação do campo de temperatura junto à zona fundida (segundo a solução proposta aqui) vem justificar mais uma vez o sucesso obtido com o uso (muito difundido) de soluções que não consideram as perdas de calor pelas superfícies da chapa (Eagar & Tsai, 1983).

Finalmente é interessante notar o efeito da espessura da chapa sobre a forma das linhas mostradas na Fig. 2. Na comparação entre resultados analíticos e experimentais que vem a seguir este efeito não é perceptível. As chapas utilizadas nos experimentos eram

espessas o suficiente para (nas soldagens realizadas, utilizando potências relativamente baixas) serem consideradas semi-infinitas.

## 4.2 Comparação com resultados experimentais

Nesta subseção são utilizadas imagens da superfície de uma solda e de seções polidas e atacadas com Nital para revelar a zona fundida e a zona termicamente afetada das soldas. Foram sobrepostas a estas imagens as linhas de temperatura máxima calculada de  $1500\text{ }^{\circ}\text{C}$  (curvas em preto) e  $800\text{ }^{\circ}\text{C}$  (curvas em branco) acima da temperatura ambiente, delimitando aproximadamente as regiões que sofreram fusão e que sofreram transformações significativas da sua microestrutura.

Os cordões de solda foram realizados sobre chapas de aço AISI 1020 utilizando um eletrodo de tungstênio com 2 % de  $\text{ThO}_2$ , de 3,2 mm de diâmetro e com ângulo de ponta de  $60^{\circ}$ . Utilizou-se argônio como gás de proteção, a distância eletrodo-peça de 1,5 mm e polaridade direta (eletrodo negativo).

**Dados.** Em ambas as soldas consideradas nesta subseção foram utilizadas chapas com a espessura  $H = 12\text{ mm}$ . Foram utilizados os valores sugeridos por Grong (1994) para as propriedades termofísicas do aço-carbono,  $a = 8 \times 10^{-6}\text{ m}^2/\text{s}$  e  $k = 40\text{ W/m}^{\circ}\text{C}$ . Os resultados foram calculados para posições afastadas de 100 mm do início da solda, região em que os efeitos do transiente inicial já tornaram-se desprezíveis. Foram admitidos os coeficientes de transferência de calor pelas superfícies  $h_{s1} = 50\text{ W}/(\text{m}^2\text{ }^{\circ}\text{C})$  e  $h_{s2} = 18\text{ W}/(\text{m}^2\text{ }^{\circ}\text{C})$ , muito utilizados no trabalho de Boo & Cho (1990).

A Fig. 3 foi elaborada a partir de uma solda realizada utilizando uma corrente constante de  $I = 260\text{ A}$ , a tensão de  $U = 14\text{ V}$  e uma velocidade de soldagem de  $v = 4\text{ mm/s}$ . Supondo um rendimento térmico de  $\eta_t = 0,5$  tem-se  $q = 1,82\text{ kW}$ . Admitiu-se o parâmetro de distribuição  $\sigma = 2,0\text{ mm}$  para obter os resultados mostrados na Fig. 3.

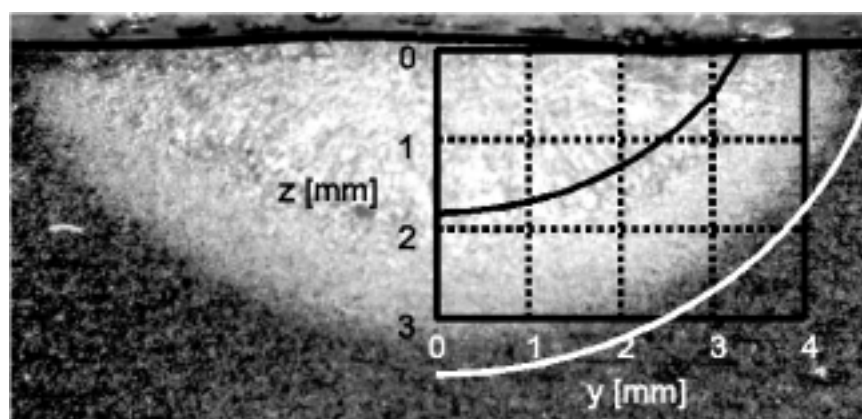


Figura 3 - Seção transversal de solda realizada com potência constante.

A Fig. 4 foi elaborada a partir de uma solda realizada com pulsação térmica. A corrente foi variada na forma de onda quadrada, permanecendo por 0,5 s no seu valor de pico  $I_p = 190\text{ A}$  e por 0,5 s no seu valor de base  $I_b = 10\text{ A}$  a cada período de 1 s. A tensão ficou aproximadamente constante, no valor de  $U = 13\text{ V}$ . A velocidade de soldagem observada foi de  $v = 2,4\text{ mm/s}$ . Usou-se, no cálculo dos resultados teóricos, tanto para a corrente de pico quanto para corrente de base, o valor de rendimento térmico  $\eta_t = 0,6$ , embora seja esperado um aumento do rendimento para as correntes menores, segundo



Giedt *et al.* (1989). Assim obteve-se para a corrente de pico a potência  $q_p = 1235$  W e para a corrente de base a potência  $q_b = 65$  W. A redução no valor do parâmetro de distribuição  $\sigma$  da fonte de calor com a redução da corrente é significativa segundo Eagar & Tsai (1983) e Key *et al.* (1983). Portanto utilizou-se  $\sigma_p = 1,7$  mm para a potência de pico e  $\sigma_b = 0,3$  mm para a potência de base.

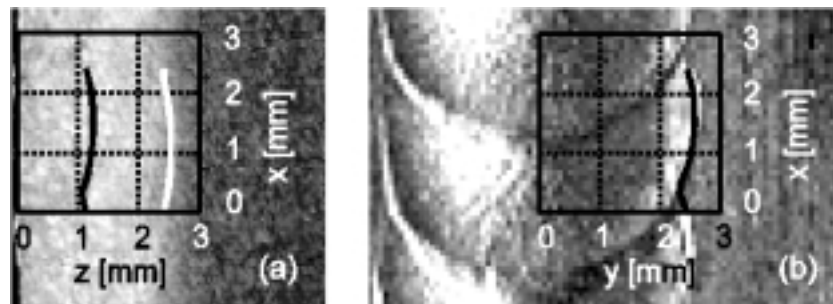


Figura 4 - Seção longitudinal (a) e vista superior (b) de solda realizada com pulsação térmica.

**Discussão.** Nota-se nas Figs. 3 e 4 que a solução proposta aqui se ajusta de maneira satisfatória aos resultados experimentais. Embora os valores de rendimento térmico  $\eta_t$  e do parâmetro de distribuição  $\sigma$  tenham sido escolhidos de forma a obter-se na solução analítica aproximadamente a forma da zona fundida dos experimentos, eles estão de acordo com o que a literatura recomenda. Porém os resultados ainda são muito poucos para se fazer uma avaliação da capacidade preditiva do modelo.

Para prever mais do que a sensibilidade do campo de temperatura a pequenas variações nos parâmetros de soldagem é necessário dispor de correlações para estimar o valor do rendimento térmico e do parâmetro de distribuição da fonte de calor, que podem variar de acordo com a corrente de soldagem, a geometria do eletrodo, os gases de proteção utilizados e a distância eletrodo-peça. Algumas correlações são conhecidas para os coeficientes de transferência de calor pelas superfícies da chapa, mas elas apresentam o inconveniente de fornecer coeficientes fortemente dependentes da temperatura, o que representa uma não-linearidade que não se pode introduzir diretamente no modelo aqui proposto.

## 5. CONCLUSÃO

Um modelo bastante completo para a soldagem com pulsação térmica foi proposto. Ele apresenta vantagens em relação ao modelo anterior de Santos *et al.* (1998), por permitir uma previsão mais detalhada da geometria da solda e permitir a avaliação dos efeitos de variações na espessura da chapa, na distribuição de fluxo do calor proveniente do arco voltaico e na perda de calor da chapa para o ambiente através das suas superfícies.

Embora fenômenos importantes, como as variações das propriedades termofísicas com a temperatura, mudanças de fase e a convecção no interior da poça de soldagem sejam desconsiderados, o modelo fornece previsões úteis em situações de interesse prático, mediante o ajuste das constantes  $\eta_t$  (o rendimento térmico) e  $\sigma$  (o parâmetro de distribuição) a resultados experimentais.

Jeong & Cho (1997) propuseram a extensão da solução de Boo & Cho (1990), que foi corrigida no presente trabalho, para geometrias um pouco mais genéricas do que a

considerada aqui, utilizando mapeamentos conformes. Esta aplicação de mapeamentos conformes a um problema tridimensional transiente, em desacordo com a teoria que suporta o uso convencional de mapeamentos conformes (Carslaw & Jaeger, 1959, §16.8), é uma aproximação interessante, que merece uma discussão cuidadosa.

## REFERÊNCIAS

- Boo, K.S. & Cho, H.S., 1990, Transient Temperature Distribution in Arc Welding of Finite Thickness Plates, *Proc. Instn. Mech. Engrs.*, vol. 204, pp. 175–183.
- Carslaw, H.S. & Jaeger, J.C., 1959, *Conduction of Heat in Solids*, 2nd ed., Oxford University Press.
- Eagar, T.W. & Tsai, N.-S., 1983, Temperature Fields Produced by Traveling Distributed Heat Sources, *Weld. J.*, vol. 62, pp. 346s–355s.
- Gerald, C.F. & Wheatley, P.O., 1989, *Applied Numerical Analysis*, 4th ed., Addison-Wesley.
- Giedt, W.H., Tallerico, L.N. & Fuerschbach, P.W., 1989, GTA Welding Efficiency: Calorimetric and Temperature Field Measurements, *Weld. J.*, vol. 68, pp. 28s–32s.
- Grigull, U. & Sandner, H., 1984, *Heat Conduction*, Hemisphere.
- Grong, Ø., 1994, *Metallurgical Modelling of Welding*, The Institute of Materials, London.
- Jeong, S.K. & Cho, H.S., 1997, An Analytical Solution for Transient Temperature Distribution in Fillet Arc Welding Including the Effect of Molten Metal, *Proc. Instn. Mech. Engrs*, Part B, vol. 211, pp. 63–72.
- Key, J.F., Chan, J.W. & McIlwain, M.E., 1983, Process Variable Influence on Arc Temperature Distribution, *Weld. J.*, vol. 62, pp. 179s–184s.
- Kreider, D., Kuller, R.C., Ostberg, D.R. & Perkins, F.W., 1972, *Introdução à Análise Linear*, vol. 2, trad. Reis, G.L., LTC/UnB.
- Lanczos, C., 1956, *Applied Analysis*, Prentice-Hall. Reimpresso pela Dover em 1988.
- Özişik, M.N., 1993, *Heat Conduction*, 2nd ed., Wiley.
- Özişik, M.N., 1980, *Heat Conduction*, 1st ed., Wiley.
- Press, W.H., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T. & Flannery, B.P., 1992, *Numerical Recipes in FORTRAN: The Art of Scientific Computing*, 2nd ed., Cambridge University Press.
- Santos, L.A., Silva, A.F.C., Niño, C.E. & Buschinelli, A.J.A., 1998, Um Modelo para a Soldagem com Pulsação Térmica Usando Fonte de Calor Puntual, *Anais do VII ENCIT*, vol. 1, pp. 171–176, PUC-Rio.
- Stakgold. I., 1979, *Green's Functions and Boundary Value Problems*, Wiley.

## HEAT CONDUCTION IN WELDING WITH THERMAL PULSING

**Abstract.** *An analytical solution for the heat conduction in a finite thickness plate being welded is presented. The solution takes into account a distributed heat source placed over the upper surface of the plate and heat losses to the environment by both its surfaces. The power of the heat source is varied along the time in order to model the thermal pulsing. The deduction of the analytical solution, that revealed the incorrectness of an expression found in the literature, is described. Experimental results, obtained in the GTA welding of low-carbon steel plates, are utilized to evaluate the analytical model.*

**Key-words:** *Heat conduction, Welding, Thermal pulsing*